**O QUE É UMA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE**

Exemplo prático de uma distribuição de probabilidade:

Consideremos a distribuição de frequências relativa ao número de acidentes diários na Rodovia do SOL durante o mês de nov/97:

|  |  |
| --- | --- |
|  Número de Acidentes  |  Frequência  |
| 0 | 22 |
| 1 | 5 |
| 2 | 2 |
| 3 | 1 |

 Podemos então escrever a tabela de distribuição de probabilidade:

|  |  |
| --- | --- |
| Número de Acidentes (X)  | Probabilidade (X)  |
| 0 | 0,73 ou 73% |
| 1 | 0,17 ou 17% |
| 2 | 0,07 |
| 3 | 0,03 |
| Total | 1,00 |

   **Distribuição Binomial**

Vamos imaginar fenômenos cujos resultados só podem ser de dois tipos, um dos quais é considerado como sucesso e o outro insucesso. Este fenômeno pode ser repetido tantas vezes quanto se queira (n vezes), nas mesmas condições. As provas repetidas devem ser independentes, isto é, o resultado de uma não deve afetar os resultados das sucessivas. No decorrer do experimento, a probabilidade p do sucesso e a probabilidade de q (q = 1 - p) do insucesso manter-se-ão constantes. Nessas condições X é uma variável aleatória discreta que segue uma distribuição binomial.

|  |
| --- |
| P(x) = http://www.geocities.com/Paris/Rue/5045/BINOM.GIF |

P(x) = é a probabilidade de que o evento se realize x vezes em n provas.

p = é a probabilidade de que o evento se realize em uma só prova = sucesso.

q = é a probabilidade de que o evento não se realize no decurso dessa prova = insucesso.

OBS: O nome binomial é devido à fórmula, pois representa o termo geral do desenvolvimento do binômio de Newton.

**EXERCÍCIOS BINOMIAL**

1. Uma amostra aleatória de 15 pessoas é obtida de uma população em que 40% têm uma determinada posição política. Qual é a probabilidade de **exatamente 6**
indivíduos na amostra ter essa determinada posição política?

$ C\_{n}^{x}\frac{n!}{x!\left(n-x\right)!}= C\_{15}^{6}\frac{15!}{6!\left(15-6\right)!}= \frac{15. 14. 13.12.11.10.9.!}{6!\left(9\right)!}= \frac{3603600}{720}=5005$

 $P\left(x\right)= C\_{n}^{x}. p^{x}. q^{(n-x)}= C\_{15}^{6}. 0,40^{6}. 0,60^{(15-6)}=$

 5005 . 0,004096. 0,010077696 = 0,2066

2) A probabilidade de uma máquina produzir um item defeituoso é
0,20. Se uma amostra aleatória de 6 itens é obtida desta máquina, qual é a probabilidade de haver 5 ou mais em itens defeituosos na amostra?

P(0) = 0,2621 P(1)= 0,3932 P(2) = 0,2458 P(3) = 0,0819 P(4) = 0,0154

P(5) = 0,0015 P(6) = 0,0001

Resposta P5 + P6 = 0,0016 = 0,16%

3) Pessoas com sangue tipo O - são doadores universais, ou seja, seu sangue é doado sem risco de rejeição para qualquer um. Apenas 5 % da população tem sangue do tipo O-. Um banco de sangue é visitado por 15 doadores em uma certa tarde. Calcule a probabilidade de que:

* 1. P(“haver pelo menos 2 doadores universais entre eles”) = 0,171 = 17,1%
	2. P(“haver até 3 doares universais entre eles”) =P0 + P1+P2 + P3= 99,46%
	3. P(“haver exatamente 4 doadores universais entre eles”) = P4 = 0,0049 = 0,49%
	4. P(“haver pelo menos 5 doadores universais entre eles”) = P5 ou mais = P5 + ... P15= 0,0006 = 0,06%

P(0) = 0,4633 P(1)= 0,3658 P(2) = 0,1348 P(3) = 0,0307 P(4) = 0,0049

P(5) = 0,0006 P(6) = 0,0000 P(7)= 0 P(8)= 0 P(9)= 0 P(10)= 0 P(11)= 0 P(12)= 0 P(13)= 0 P(14)= 0 P(15)= 0

**Distribuição Normal**

Embora haja muitas curvas Normais (com diferentes valores de *µ* e *σ*), todas têm propriedades em comum. Em particular, todas as distribuições Normais obedecem à seguinte regra.

**A REGRA 68–95–99,7**

Na distribuição Normal com média *µ* e desvio-padrão *σ*:

**■**Aproximadamente **68%** das observações estão a menos de *σ* da média *µ*.

**■**Aproximadamente **95%** das observações estão a menos de 2*σ* da média *µ*.

**■**Aproximadamente **99,7%** das observações estão a menos de 3*σ* da média *µ*.

A [Figura 11.2](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/chapter11.html#ch11fig2) ilustra a regra 68–95–99,7. Lembrando-se destes três números, é possível pensar sobre distribuições Normais sem a necessidade de constantes e detalhados cálculos.



**FIGURA 11.2** A regra 68–95–99,7 para distribuições Normais.

**EXEMPLO 11.1Alturas de mulheres jovens**

A distribuição das alturas de mulheres jovens, com idades entre 18 e 24 anos, é aproximadamente Normal, com média *µ* = 64,5 polegadas (163,83 cm) e *σ* = 2,5 polegadas (6,35 cm). A [Figura 11.3](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/chapter11.html#ch11fig3) aplica a regra 68–95–99,7 a essa distribuição.

A parte 95 da regra 68–95–99,7 diz que os 95% centrais das alturas de jovens mulheres estão entre



**FIGURA 11.3** A regra 68–95–99,7 aplicada à distribuição das alturas de mulheres jovens, com idade entre 18 e 24 anos, com *µ* = 64,5 polegadas (163,83 cm) e *σ* = 2,5 polegadas (6,35 cm).

*μ* – 2σ = 64,5 – (2)(2,5) = 64,5 – = 59,5 e

*μ* – 2σ = 64,5 + (2)(2,5) = 64,5 + = 59,5

isto é, entre 59,5 polegadas (151,13 cm) e 69,5 (176,53 cm) polegadas de altura.

Os outros 5% das mulheres jovens têm altura fora dessa faixa. Como as distribuições Normais são simétricas, metade dessas mulheres está no lado alto. Assim, os 2,5% das mulheres mais altas são maiores que 69,5 polegadas (176,53 cm). Reescrito em termos de probabilidade, significa que há uma probabilidade de 0,025, aproximadamente, de que uma mulher, selecionada aleatoriamente, seja mais alta que 69,5 polegadas (176,53 cm). **■**

**EXEMPLO 11.2Alturas de mulheres jovens**

Olhe de novo a [Figura 11.3](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/chapter11.html#ch11fig3). Uma altura de 62 polegadas (157,48 cm) está um desvio-padrão abaixo da média. Qual é a probabilidade de que uma mulher seja mais alta que 62 polegadas (157,48 cm)? Ache a resposta somando áreas na figura. Eis o desenho do cálculo:



Certifique-se de entender de onde os 16% surgiram: 32% das alturas estão fora da faixa de 62 a 67 polegadas (157,48 cm e 170,18 cm, respectivamente), e metade dessas está acima de 67 polegadas (170,18 cm). **■**

*A regra 68–95–99,7 descreve distribuições exatamente Normais. Dados reais nunca são exatamente Normais.* Olhe de novo o Exemplo 9.8 sobre alturas de mulheres na faixa dos 40 anos.

**APLIQUE SEU CONHECIMENTO**

**11.1Bexigas de homens.** A distribuição do volume de bexigas de homens é aproximadamente Normal, com média de 550 mililitros (mL) e desvio-padrão de 100 mL.[1](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/bm1.html#ch11en1)

Desenhe uma curva Normal na qual essa média e esse desvio-padrão estejam corretamente localizados

**11.2Bexigas de homens.** A distribuição do volume de bexigas de homens é aproximadamente Normal, com média de 550 mililitros (mL) e desvio-padrão de 100 mL. Use a regra 68–95–99,7 para responder às seguintes questões. (Use o esboço feito no exercício anterior.)

(a)Entre quais volumes ficam os 95% centrais dos volumes de bexigas de homens?

(b)Qual percentual de bexigas de homens tem volume maior que 650 mL?

[**11.3**](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/bm3.html#ich11ref3)**Bexigas de mulheres.** A distribuição do volume de bexigas de mulheres é aproximadamente Normal, com média de 400 mL e desvio-padrão de 75 mL. Use a regra 68–95–99,7 para responder às seguintes questões.

(a)Entre quais valores ficam quase todos (99,7%) os volumes de bexigas de mulheres?

(b)Qual é o tamanho dos 2,5% menores volumes de bexigas entre mulheres?



**Duração da gravidez humana**

A duração da gravidez humana, desde a concepção até o nascimento, varia de acordo com uma distribuição aproximadamente Normal, com média de 266 dias e desvio-padrão de 16 dias. Bebês que nascem muito antes do tempo devem receber atenção médica especial. Qual porcentagem de bebês nasce depois de oito meses (240 dias) de gestação desde a concepção?

**Bexigas de homens.** A distribuição do volume de bexigas de homens é aproximadamente Normal, com média µ = 550 mL e desvio-padrão σ = 100 mL.

(a)Qual é a proporção das bexigas de homens maiores que 500 mL?

(b)Qual proporção das bexigas de homens está entre 500 mL e 600 mL?

**Bexigas de mulheres.** As bexigas de mulheres são, na média, menores que as dos homens. A distribuição do volume de bexigas de mulheres é aproximadamente N(400; 75) em mililitros. Ache a proporção de bexigas de mulheres com um volume entre 500 mL e 600 mL.

**Ache o terceiro quartil**

Altos níveis de colesterol no sangue aumentam o risco de doenças cardíacas. Para meninos com 14 anos, a distribuição da quantidade de colesterol no sangue é aproximadamente Normal, com média µ = 170 miligramas de colesterol por decilitro de sangue (mg/dL) e desvio-padrão σ = 30 mg/dL.[2](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/bm1.html#ch11en2) Qual é o terceiro quartil da distribuição do colesterol no sangue?

**Colesterol em mulheres jovens.** Excesso de colesterol no sangue aumenta o risco de doenças cardíacas. Mulheres jovens são, em geral, menos afetadas pelo colesterol alto que outros grupos. Os níveis de colesterol para mulheres com idades entre 20 e 34 anos seguem uma distribuição aproximadamente Normal, com média 185 miligramas por decilitro (mg/dL) e desvio-padrão de 39 mg/dL.[8](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/bm1.html#ch11en8)

(a)Níveis de colesterol acima de 240 mg/dL requerem atenção médica. Qual percentual de mulheres jovens tem níveis acima de 240 mg/dL?

(b)Níveis acima de 200 mg/dL significam colesterol elevado e colocam a pessoa em risco de doença cardiovascular. Qual percentual de mulheres jovens tem nível de colesterol entre 200 e 240 mg/dL?

#### Seu colesterol é muito alto?

Colesterol alto no sangue aumenta o risco de doenças do coração e enfartos. Quanto mais alto seu colesterol, maior o risco, mas não há um ponto de corte exato entre um nível saudável e um patológico. Historicamente, níveis do colesterol total acima de 240 mg/dL têm sido considerados um sério fator de risco. Em uma mudança na direção de prevenção e detecção prematura, foi criado um novo rótulo de “colesterol elevado” de 200 a 240 mg/dL para a identificação de indivíduos que podem estar em algum risco de doença cardiovascular. Um estudo estima que o resultado foi mais de 40 milhões de novos candidatos a tratamento farmacológico.

**Exercícios:**

**11.36 Colesterol em homens de meia-idade.** Homens de meia-idade são mais suscetíveis a colesterol alto que as mulheres jovens do exercício anterior. Os níveis de colesterol no sangue de homens com idades entre 55 e 64 anos são aproximadamente Normais, com média de 222 mg/dL e desvio-padrão de 37 mg/dL.

Qual percentual desses homens tem colesterol alto (níveis acima de 240 mg/dL)?

Qual percentual tem colesterol elevado (entre 200 e 240 mg/dL)?

[**11.37**](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/bm3.html#ich11ref37)**Duração da gravidez em mulheres.** A duração da gravidez humana, desde a concepção até o nascimento, varia de acordo com uma distribuição aproximadamente Normal, com média de 266 dias e desvio-padrão de 16 dias.

(a)Qual é o percentual de gravidezes que duram menos de 270 dias (cerca de nove meses)?

(b)Qual é o percentual de gravidezes que duram entre 240 e 270 dias (entre oito e nove meses aproximadamente)?

(c)Quanto dura uma gravidez nos 20% das gravidezes mais longas?

**11.40Contaminação por arsênico.** Arsênico é um composto que ocorre naturalmente em concentrações muito baixas. As concentrações de arsênico no sangue, em indivíduos saudáveis, são distribuídas Normalmente, com média µ = 3,2 µg/dL e desvio-padrão σ = 1,5 µg/dL.[10](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/bm1.html#ch11en10) Qual é a amplitude das concentrações de arsênico no sangue correspondentes aos 90% centrais em adultos saudáveis?

[**11.41**](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/bm3.html#ich11ref41)**Temperatura do corpo.** Um artigo de 1868, do médico alemão Carl Wunderlich, relatou, com base em mais de um milhão de leituras de temperatura, que as temperaturas corporais de adultos saudáveis são aproximadamente Normais, com média µ = 98,6 Fahrenheit (37°C) e desvio-padrão σ = 0,6 Fahrenheit (0,33°C). Esse ainda é o mais citado resultado para a temperatura humana.[\*](https://jigsaw.vitalsource.com/books/978-85-216-2726-5/epub/OEBPS/Text/chapter11.html#fn3)

(a)De acordo com esse estudo, qual é a amplitude das temperaturas saudáveis encontradas em 95% dos adultos? (Estamos procurando pelos 95% centrais da população adulta.)

(b)Um estudo mais recente sugere que a temperatura corporal de um adulto saudável é mais bem descrita por uma distribuição N(98,2; 0,7). Com base nesse último estudo, qual é a amplitude dos valores que representam os 95% das temperaturas corporais mais comuns em adultos saudáveis? Compare essa amplitude com a obtida em (a).

REFERÊNCIA

BALDI, Brigitte, MOORE, David S. A Prática da Estatística nas Ciências da Vida, 2ª edição. LTC, 10/2014.